Exercice 1 (Symbolisation en LPO, 1)
Symbolisez les énoncés suivants en logique du premier ordre. Vous vous efforcerez de préserver autant de structure logique que possible, et vous préciserez le dictionnaire de symbolisation.

Exemple :

"Marie aime quelqu'un" $\rightsquigarrow \exists x_1 Amx_1$
Dictionnaire :
Ax_1x_2 : x_1 aime x_2
M : Marie

1. *Jean ne mange rien.*
2. *Jean mange une pomme.*
3. *Les enfants qui parlent trop marchent tard.*
4. *Personne n'apprécie quelqu'un qui a maltraité un enfant.*
5. *Il y a des peines et des plaisirs, mais aucune peine n'est un plaisir.*
6. *Les seules peines qui soient un plaisir sont des peines d'amour.*

Exercice 2 (Symbolisation en LPO, 2)
Symbolisez les énoncés ci-dessous en préservant autant de structure logique que possible et en utilisant le dictionnaire suivant :

j : "Jean"
Fx_1x_2 : x_1 est le frère de x_2
Sx_1x_2 : x_1 est la soeur de x_2
Vx_1x_2 : x_1 est plus vieux que x_2
Ax_1x_2 : x_1 aime x_2

1. *Jean a un frère.*
2. *Quelque personne aime tout le monde.*
3. *Personne n'est son propre frère ni sa propre soeur.*
4. *Certaines personnes n'ont pas de soeurs plus vieilles qu'elles.*
5. *Certaines personnes n'ont pas de frères plus vieux que ceux qu'elles aiment.*
6. *Les soeurs de certaines personnes sont aimées par tout le monde.*
7. *Tout le monde aime tous ceux qui aiment quelqu'un.*

Exercice 3
Parmi les énoncés suivants, dites lesquels sont la négation logique l'un de l'autre (deux énoncés sont la négation logique l'un de l'autre si l'un est vrai exactement quand l'autre est faux) et lesquels sont logiquement équivalents (deux énoncés sont logiquement équivalents si l'un est vrai exactement quand l'autre est vrai).

1. *Les amours heureuses sont imaginaires.*
2. *Les amours imaginaires sont heureuses.*
3. *Les amours malheureuses ne sont pas imaginaires.*
4. *Il n'y a pas d'amours heureuses qui ne soient imaginaires.*
5. *Il n'y a d'imaginaire que les amours heureuses.*
6. *Toutes les amours imaginaires sont heureuses.*

Exercice 4 (Interprétation et satisfaction)
Soit le langage $\mathcal{L} = (I, P, N, c_0, c_1)$. *On considère la* $\mathcal{L}$*-structure* $\mathcal{M} = (\mathbb{M} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, I^{\mathcal{M}})$ *où*

- $I^{\mathcal{M}}(I) = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- $I^{\mathcal{N}}(P) = \{2, 3, 5, 7\}$
- $I^{\mathcal{N}}(N) = \{0, 1, 2, 3\}$
- $I^{\mathcal{N}}(c_0) = 0$
- $I^{\mathcal{N}}(c_1) = 1$

On note g_i *l'assignation qui associe le nombre* i $(0 \leq i \leq 10)$ *à la variable* x.

1. *Par quelles assignations sont respectivement satisfaites les formules (a)* $\neg Ix$, *(b)* $(Px \wedge Nx)$ *et (c)* $(\neg Ix \vee Px)$ *?*
2. *Les énoncés suivants sont-ils vrais dans* $\mathcal{M}$ *:*
   - $\forall x(Px \rightarrow Ix)$
   - $\exists x(Nx \wedge Px)$
   - Pc_0
   - Nc_1
   - $\exists x(Px \wedge \neg Ix)$
   - $\exists x(Px \wedge (\neg Ix \wedge \neg Nx))$
3. *Donnez une formule qui est exactement par les assignations* g_0, g_1, g_2, g_3 *et* g_9.

Exercice 5 (Validité en LPOM)
Montrez que les formules suivantes sont valides :

1. $(\forall x Px \rightarrow Pc)$
2. $((\forall x\phi \wedge \forall x\psi) \rightarrow \forall x(\phi \wedge \psi))$

3. $((\exists x(\phi \wedge \psi) \rightarrow (\exists x\phi \wedge \exists x\psi))$

4. $(\forall x\phi \rightarrow \exists x\phi)$