

Exercice 1 (propriétés des relations de préférence et d'indifférence)

Démontrez que si \succeq est une relation de préférence satisfaisant (T) et (C), alors

- (a) la relation de préférence stricte associée \succ est
- (i) irreflexive ($\forall x, \neg(x \succ x)$),
 - (ii) transitive ($\forall x, y, z$ si $x \succ y$ et $y \succ z$ alors $x \succ z$),
 - (iii) asymétrique ($\forall x, y \in C$, si xRy , alors $\neg(yRx)$),
 - (iv) négativement transitive ($\forall x, y, z \in X$, $\neg(xRy)$ et $\neg(yRz) \Rightarrow \neg(xRz)$)
- (b) la relation d'indifférence associée \sim est
- (i) réflexive,
 - (ii) transitive,
 - (iii) symétrique ($\forall x, y$, si $x \sim y$ alors $y \sim x$)

Exercice 2

Supposons que l'ensemble des opportunités soit $X = \{a, b, c\}$ et que les préférences de Paul soient les suivantes :

$$a \succ c, a \sim b \text{ et } b \sim c$$

(i) Est-il possible de représenter les préférences de Paul par une fonction d'utilité ? Vous justifierez votre réponse.

(ii) Voyez-vous un autre type de représentation des préférences par des nombres réels qui s'appliquerait aux préférences de Paul ?

Exercice 3 (représentation des préférences par une fonction d'utilité)

Soit $X = \{a, b, c, d, e, f\}$. Les préférences de Paul sont rationnelles et se laissent décrire par :

- $a \sim d$
- $f \succ d$
- $d \succeq b$
- $b \succ c$
- $c \sim e$
- $a \succ b$

Construisez une fonction d'utilité pour représenter les préférences de Paul en suivant la méthode utilisée pour démontrer que si des préférences satisfont (T) et (C), alors on peut les représenter par une fonction d'utilité. Vous suivrez l'ordre alphabétique en considérant les options (vous commencerez par assigner une utilité à a , puis à b , etc.)

Exercice 4 (les propriétés α et β)

Soient les structures de choix suivantes :

X	$c(X)$
$\{x, y, z\}$	$\{x\}$
$\{x, y\}$	$\{x\}$
$\{y, z\}$	$\{z\}$
$\{x, z\}$	$\{x, z\}$

X	$c'(X)$
$\{x, y, z\}$	$\{x\}$
$\{x, y\}$	$\{y\}$
$\{y, z\}$	$\{z\}$
$\{x, z\}$	$\{x\}$

Ces structures de choix satisfont-elles la propriété α ? et β ?