

Cogmaster CO8

TD n° 11 - jean.bacelli@ens.fr

13 mai 2014

DÉFINITION 1 EXTENSION MIXTE Soit $G = \langle S_1, \dots, S_n ; u_1, \dots, u_n \rangle$ un jeu sous forme stratégique avec S_i fini, $\forall i \in N$. On définira ici l'“extension mixte” G^m de G , $G^m = \langle \Delta_1, \dots, \Delta_n ; v_1, \dots, v_n \rangle$, de la manière suivante : $\forall i \in N$, $\Delta_i = \Delta(S_i)$ et $\forall \sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n) \in \Delta = \prod_{j \in N} \Delta_j$, $v_i(\sigma) = \sum_{s \in S} [\prod_{j \in N} \sigma_j(s_j)] u_i(s)$.

Exercice 1 Considérez l'extension mixte des trois jeux suivants. Quand cela vous sera possible, procédez à l'élimination itérative des stratégies pures strictement dominées par des stratégies pures ou par des stratégies mixtes.

		Joueur 2		
		X	Y	Z
Joueur 1	A	1, 1	0, 4	2, 2
	B	2, 4	2, 1	1, 2
	C	1, 0	0, 1	0, 2

		Joueur 2			
		W	X	Y	Z
Joueur 1	A	3, 1	1, 0	0, 2	1, 1
	B	1, 0	0, 10	1, 0	0, 10
	C	2, 1	1, 0	0, 0	0, 0
	D	0, 0	$\frac{1}{2}, 0$	3, 1	0, 0

		Joueur 2		
		X	Y	Z
Joueur 1	A	2, 1	$4, \frac{1}{2}$	0, 0
	B	$\frac{1}{2}, 0$	1, 1	$\frac{1}{2}, 0$
	C	0, 0	$0, \frac{1}{2}$	1, 2

Exercice 2 Les jeux suivants possèdent-ils des EN en stratégies pures ? Considérez-en les extensions mixtes. Grâce à une matrice auxiliaire de probabilités jointes, identifiez les EN en stratégies mixtes de ces jeux en 1/ définissant les correspondances individuelles de meilleure réponse 2/ traçant les graphes des correspondances individuelles 3/ relevant les intersections des graphes.

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	0, 0	6, 1
	B	1, 6	3, 3

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	3, 2	1, 5
	B	2, 3	3, 1

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	3, -3	0, 0
	B	-1, 1	2, -2

PROPOSITION 1 CARACTÉRISATION FONDAMENTALE Soit $G = \langle S_1, \dots, S_n ; u_1, \dots, u_n \rangle$ un jeu fini et $G^m \langle \Delta_1, \dots, \Delta_n ; v_1, \dots, v_n \rangle$ son extension mixte. Un profil de stratégies mixtes σ^* est un EN pour G^m si et seulement si $\forall i \in N, \forall s_i, t_i, r_i \in S_i$:

- i) $\sigma_i^*(s_i) > 0, \sigma_i^*(t_i) > 0 \Rightarrow v_i(s_i, \sigma_{-i}^*) = v_i(t_i, \sigma_{-i}^*)$,
- ii) $\sigma_i^*(s_i) > 0, \sigma_i^*(r_i) = 0 \Rightarrow v_i(s_i, \sigma_{-i}^*) \geq v_i(r_i, \sigma_{-i}^*)$.

Exercice 3 *Utilisant la caractérisation fondamentale, déterminez les EN en stratégies mixtes des trois jeux suivants. Dans le dernier cas, vérifiez votre résultat en utilisant plus patiemment la méthode utilisée dans l'exercice 2. Comparez. Qu'est-ce qui distingue ce troisième jeu des deux précédents ?*

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	2, -2	0, 0
	B	-6, 6	4, -4

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	1, 2	3, 1
	B	2, 1	1, 3

		Joueur 2	
		Y	Z
Joueur 1	A	1, 1	0, 1
	B	0, 2	1, 3