la théorie des jeux, 4

CO8 2016-2017

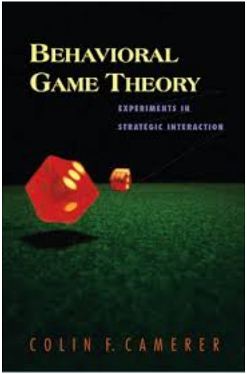
M. Cozic

remerciements à

Jean BACCELLI

introduction

- objectif de cette dernière séance: s'initier à la littérature expérimentale sur la théorie des jeux - ou, ce qui revient à peu près au même ici, comportementale
- une référence stimulante: C. Camerer (2003) *Behavioral Game Theory*, PUP
- un thème transversal: la difficulté à séparer les effets du raisonnement stratégiques et de la nature des préférences des joueurs.



les préférences des joueurs et l'interprétation des résultats

- dans un protocole expérimental, les situations d'interaction ont des conséquences matérielles, généralement des gains monétaires. *Stricto sensu*, ce ne sont pas des jeux, car un jeu inclut (au moins) la spécification des préférences des joueurs (voir les définitions formelles) en plus des joueurs et des stratégies possibles.
- l'hypothèse de départ est généralement que les préférences d'un joueur ne dépendent que, et s'alignent sur, ses gains matériels = self-interested ou self-regarding preferences. C'est souvent sous cette hypothèse que l'on dérive des "prédictions théoriques" de la théorie des jeux, qui sont comparées avec les observations.
- On appelle sociales ou other-regarding des préférences qui prennent en compte les gains des autres joueurs.

les préférences des joueurs et l'interprétation des résultats

- donc, attention: les prédictions dépendent du concept d'équilibre retenu et de des hypo. sur la nature des préférences.
- face à des résultats non-prédits, on peut mettre en cause les concepts d'équilibre ou l'hypo. sur les préférences (ou également des hypothèses implicites sur les informations qu'ont les joueurs).
- une bonne partie de la recherche consiste à savoir, en cas d'inadéquation entre "prédictions théoriques" et observations, si le coupable est plutôt du côté des principes de la théorie des jeux ou de l'hypothèse des préférences *self-interested*.
  - et, dans le second cas de figure, quelle est la forme exacte des préférences des sujets.

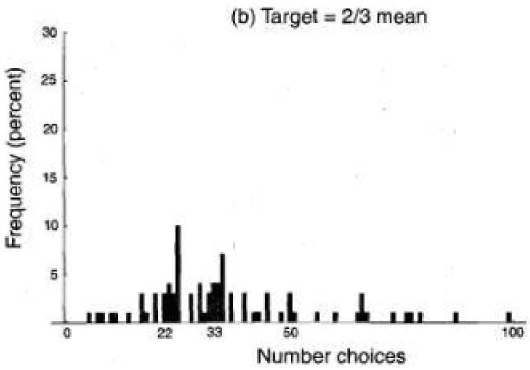
1. Les jeux sous forme normale et l'équilibre de Nash

le jeu du concours de beauté

- rappel: chaque joueur doit choisir un nbre entre 0 et 100. Le gagnant sera celui dont le nombre est le plus proche des 2/3 de la moyenne.
  - le jeu est résoluble par EIFSD
  - l'unique équilibre par EISFD (et unique équilibre de Nash) est le profil $\alpha^* = (0, ..., 0)$.
- pour un joueur *i*, il n'est pas forcément rationnel de jouer "sa" part de l'équilibre α^*_i: cela dépend de ce qu'il croit à propos de ce que feront les autres.
  - si *i* pense que tous les autres joueront $2/3 \cdot 100$, alors il est parfaitement rationnel, pour lui, de jouer quelque chose s'approchant de $2/3 \cdot 2/3 \cdot 100$

expériences

- Nagel (1995) avec des groupes d'une quinzaine d'étudiants allemands. Le nombre donné moyen est proche de 35 et de nombreux sujets donnent ou 33 ou 22. Ses données dans Camerer (2003), p. 212 :



interprétation des données

- idée: les joueurs effectuent un certain nombre de niveaux de raisonnement. Les joueurs de niveau 0 jouent de manière aléatoire (selon distr. normale). Les joueurs de niveau 1 jouent une meilleure réponse en supposant que les autres sont de niveau 0. Les joueurs de niveau 2 jouent une meilleure réponse en supposant que les autres sont de niveau 1, etc.
- estimation des proportions des différents types de joueurs:

Table 5.7. *Estimated fractions ω_k of level-k types in beauty contest games*

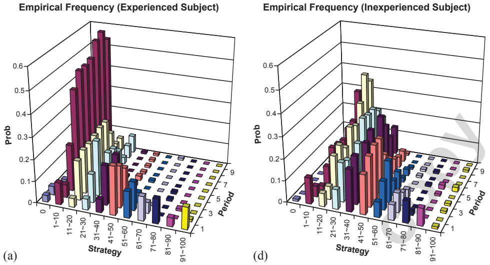
	Nagel (1995)	
Estimate	$p = 1/2$	$p = 2/3$
ω_0	0.16 (0.24)	0.28 (0.13)
ω_1	0.38 (0.30)	0.34 (0.44)
ω_2	0.47 (0.41)	0.37 (0.39)
ω_3	0.00 (0.06)	0.00 (0.03)

Note: Numbers in parentheses indicate Nagel's original estimates.

répétition du jeu et apprentissage

- deux types d'observations: ce que les joueurs font quand ils jouent le jeu une fois (*one-shot*) et comment leurs comportements évoluent quand le jeu est joué plusieurs fois.
- résultat de Ho & al. (1998) synthétisés dans Ho & al. (2007):
- p-concours de beauté (p = 0.7 ou 0.9), 10 périodes ;
- entre chaque période, les joueurs sont informés de la moyenne des choix du tour qui vient de se terminer
- les joueurs sont dits "expérimentés" quand ils ont déjà fait une série de 10 périodes

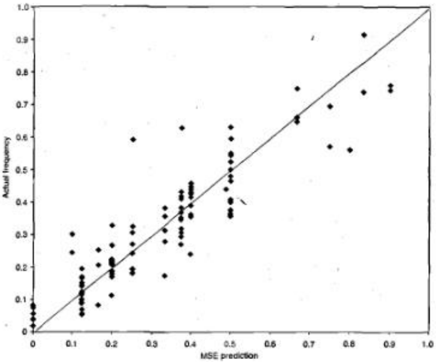
répétition du jeu et apprentissage



- en bref:
  ✓ l'équilibre est peu atteint au tour initial, mais
  ✓ les joueurs convergent vers l'équilibre au fur et à mesure des tours,
  ✓ d'autant plus vite qu'ils sont "expérimentés"

un mot (seulement) sur les stratégies mixtes

- l'étude des stratégies mixtes est difficile, parce qu'il est délicat de vérifier que les sujets "randomisent" effectivement.
- de manière assez surprenante, les fréquences agrégées ne sont pas si éloignées des équilibres en stratégies mixtes. Une méta-représentation de Camerer (2003):



références

- Camerer (2003), chap. 5.2
- Ho, Camerer & Weigelt (1998) “Iterated Dominance and Iterated Best Response in Experimental “p-Beauty Contests””, *American Economic Review*, 947-969
- Ho, Camerer & Chong (2007) “Self-tuning experience attraction learning in games”, *Journal of Economic Theory*, 133, 177-198
- Nagel (1995) “Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study”, *American Economic Review*, 85(5), 1313-1326

2. les jeux sous forme extensive

le mille-pattes

- Jeu “inventé” par Rosenthal (1982). Voici ceux examinés par McKelvey & Palfrey 1992:

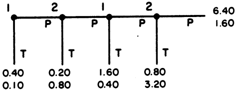


FIGURE 1.—The four move centipede game.

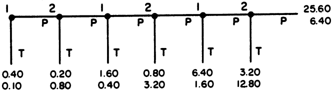


FIGURE 2.—The six move centipede game.

- rappel: *si on suppose que les préférences des joueurs s’alignent sur leurs gains matériels* (hypothèse de *self-interest*), le seul équilibre parfait en sous-jeux (EPSJ) est de toujours stopper $s^* = (S, S, S), (S, S, S))$

le mille-pattes

- protocole: série de 10 parties, chacune avec un adversaire différent (et ceci est annoncé publiquement avant le début de l'expérience) avec lequel pas de communication.
- résultats (f_i = proportion de parties s'arrêtant au noeud i):

TABLE IIA

PROPORTION OF OBSERVATIONS AT EACH TERMINAL NODE

	Session		N	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Four Move	1	(PCC)	100	.06	.26	.44	.20	.04		
	2	(PCC)	81	.10	.38	.40	.11	.01		
	3	(CIT)	100	.06	.43	.28	.14	.09		
	Total	1–3	281	.071	.356	.370	.153	.049		
High Payoff	4	(High-CIT)	100	.150	.370	.320	.110	.050		
Six Move	5	(CIT)	100	.02	.09	.39	.28	.20	.01	.01
	6	(PCC)	81	.00	.02	.04	.46	.35	.11	.02
	7	(PCC)	100	.00	.07	.14	.43	.23	.12	.01
	Total	5–7	281	.007	.064	.199	.384	.253	.078	.014

le mille-pattes

TABLE IIB[a]

IMPLIED TAKE PROBABILITIES FOR THE CENTIPEDE GAME

	Session	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
Four Move	1 (PCC)	.06 (100)	.28 (94)	.65 (68)	.83 (24)		
	2 (PCC)	.10 (81)	.42 (73)	.76 (42)	.90 (10)		
	3 (CIT)	.06 (100)	.46 (94)	.55 (51)	.61 (23)		
	Total 1–3	.07 (281)	.38 (261)	.65 (161)	.75 (57)		
High Payoff	4 (CIT)	.15 (100)	.44 (85)	.67 (48)	.69 (16)		
Six Move	5 (CIT)	.02 (100)	.09 (98)	.44 (89)	.56 (50)	.91 (22)	.50 (2)
	6 (PCC)	.00 (81)	.02 (81)	.04 (79)	.49 (76)	.72 (39)	.82 (11)
	7 (PCC)	.00 (100)	.07 (100)	.15 (93)	.54 (79)	.64 (36)	.92 (13)
	Total 5–7	.01 (281)	.06 (279)	.21 (261)	.53 (205)	.73 (97)	.85 (26)

[a]The number in parentheses is the number of observations in the game at that node.

le mille-pattes

- on est loin des prédictions théoriques selon lesquelles $f_1 = 100\%$: dans le jeu à 6 périodes, la majorité des sujets stoppent entre la 3ème et la 5ème période.
- plus on avance dans les noeuds, plus la probabilité augmente pour que, dans un jeu qui a atteint ce noeud, le joueur qui a la main stoppe.
- certains sujets jouent *C* (continue, pass) systématiquement. Une explication possible: leurs préférences favorisent le “bien social” (la somme des gains individuels, ou les issues qui en Pareto-dominent d’autres). (McKelvey & Palfrey les appelle “altruistes”).
  - on parle de préférences sociales pour désigner des préférences individuelles qui ne s’alignent pas exclusivement sur les gains matériels individuels.

le mille-pattes à somme constante

- intéressante variation de Fey & al. (1996): mille-pattes à somme constante:

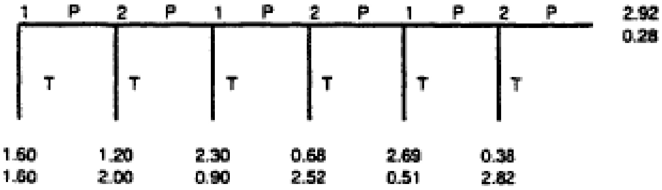


Fig. 2. A six-move constant-sum centipede game

- plus de relation de Pareto-domination (et le gâteau à se partager ne grossit même plus), donc si, dans le jeu initial, des préférences sociales soucieuses de favoriser les “bonnes issues” sociales jouent un rôle dans l’écart avec la prédiction théorique (l’EPSJ), on devrait observer ici des comportements *plus proches de cette prédiction*.

le mille-pattes à somme constante

Table 2. Proportions of matches ending at each outcome

Exp. #	Number of Passes* 0	1	2	3	4	5	6
7	.62	.31	.07	0	0	0	0
CIT-6	(62)	(31)	(7)	0	0	0	0
8	.77	.23	0	0	0	0	0
UI-6	(77)	(23)	0	0	0	0	0
9	.33	.48	.15	.02	.01	0	0
PCC-6	(27)	(39)	(12)	(2)	(1)	0	0
Pooled	.59	.33	.07	.007	.003	0	0
6 move	(166)	(93)	(19)	(2)	(1)	0	0

* The number in parentheses is the number of observations at that node in the game tree.

- comportement sensiblement différents: les joueurs stoppent beaucoup plus tôt.

mille-pattes et échecs

- Palacios-Huerta & al. (2009): expérience 1: mille-pattes à 6 coups entre joueurs d'échecs

TABLE 1—COLLEGE STUDENTS: PROPORTION OF OBSERVATIONS AT EACH TERMINAL NODE

	N	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Panel A: UPV college students								
	40	0.075	0.150	0.350	0.300	0.100	0.025	0.000
Panel B: McKelvey and Palfrey (1992) students								
Repetitions 1–5	145	0.000	0.055	0.172	0.331	0.331	0.090	0.021
Repetitions 6–10	136	0.015	0.074	0.228	0.441	0.169	0.066	0.007
Total	281	0.007	0.064	0.199	0.384	0.253	0.078	0.014

Note: The McKelvey and Palfrey students played ten repetitions of a six-node centipede game with about one-tenth lower stakes than the game played by the Universidad del País Vasco (UPV) students, who played it just once.

TABLE 2—CHESS PLAYERS: PROPORTION OF OBSERVATIONS AT EACH TERMINAL NODE

Player 1	N	ELO range	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Grandmasters	26	2,378–2,671	1.00	—	—	—	—	—	—
International Masters	29	2,183–2,521	0.76	0.17	0.07	—	—	—	—
Federation Masters	15	2,153–2,441	0.73	0.20	0.07	—	—	—	—
Other chess players	141	2,001–2,392	0.61	0.26	0.10	0.03	0.01	—	—
All pairs	211	2,001–2,671	0.687	0.208	0.080	0.018	0.004	—	—

mille-pattes et échecs

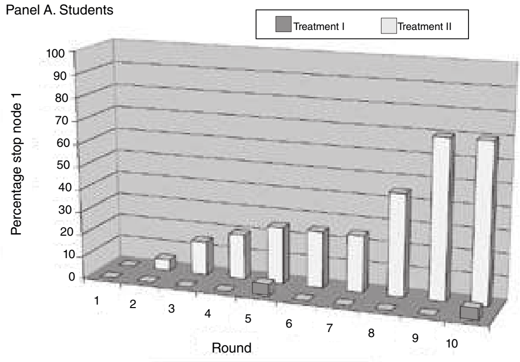
- Palacios-Huerta & al. (2009): expérience 2: mille-pattes à 6 coups entre étudiants et joueurs d'échecs

TABLE 5—PROPORTION OF OBSERVATIONS AND IMPLIED STOP PROBABILITIES AT EACH TERMINAL NODE

	Session	N	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7
Panel A: Proportion of observations f_i									
I. Students versus students	1	100	0.04	0.15	0.40	0.27	0.13	0.01	0
	2	100	0.02	0.18	0.28	0.33	0.14	0.04	0.01
	Total 1–2	200	0.030	0.165	0.340	0.300	0.135	0.025	0.005
II. Students versus chess players	3	100	0.28	0.36	0.19	0.11	0.06	0	0
	4	100	0.32	0.37	0.22	0.07	0.02	0	0
	Total 3–4	200	0.300	0.365	0.205	0.090	0.040	0	0
III. Chess players versus students	5	100	0.37	0.26	0.22	0.09	0.06	0	0
	6	100	0.38	0.29	0.17	0.10	0.06	0	0
	Total 5–6	200	0.375	0.275	0.195	0.095	0.060	0	0
IV. Chess players versus chess players	7	100	0.69	0.19	0.11	0.01	0	0	0
	8	100	0.76	0.16	0.07	0.01	0	0	0
	Total 7–8	200	0.725	0.175	0.090	0.010	0	0	0

mille-pattes et échecs

- Palacios-Huerta & al. (2009): expérience 2: mille-pattes à 6 coups entre étudiants et joueurs d'échecs



mille-pattes et échecs

- Palacios-Huerta & al. (2009): expérience 2: mille-pattes à 6 coups entre étudiants et joueurs d'échecs

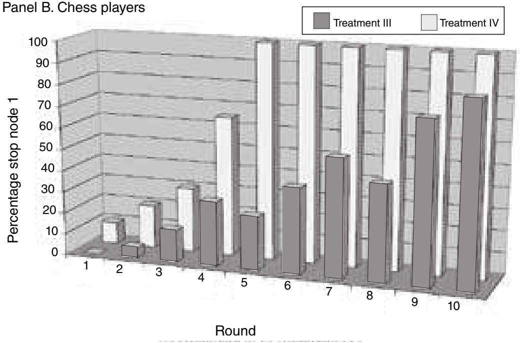


FIGURE 4. PERCENTAGE OF "STOP" IN NODE 1 PER ROUND

mille-pattes et échecs

- Levitt & al. (2010) recrutent aussi des joueurs d'échecs (206, du Grand Maître au joueur de club) et ne répliquent pas les résultats de Palacios-Huerta & Volij (2009): ces sujets se comportent comme les sujets "ordinaires" des expériences plus anciennes (et donc dévient fortement de l'EPSJ). Par ex., seulement 3.9 % d'arrêt au premier noeud.
- par ailleurs, l'idée que le comportement différent des joueurs d'échecs serait dû à leur meilleure maîtrise de l'induction rétrograde (IR) est mise à mal par le fait que les sujets jouent aussi un jeu résoluble par IR
  - Race 100: deux joueurs choisissent à tour de rôle un nombre entre 1 et 9 (ou 10), on somme et le premier à 100 gagne).
  - dans le Race 100, les joueurs d'échecs sont en effet assez proches de l'EPSJ (60 % dans la version 1-9), mais les joueurs qui font l'induction rétrograde (complexe) dans le Race 100 ne le font jamais dans le mille-pattes !

mille-pattes et échecs: résultats de Levitt & al (2010)

TABLE 2—SUMMARY OF CENTIPEDE RESULTS-IMPLIED STOP PROBABILITY.

	Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5	Node 6
All Chess Players	0.039 (102)	0.102 (98)	0.193 (88)	0.352 (71)	0.587 (46)	0.632 (19)
Grandmasters	0 (16)	0.111 (9)	0.067 (15)	0 (7)	0.636 (11)	1 (2)
International Masters	0 (12)	0 (8)	0.083 (12)	0.625 (8)	0.625 (8)	0 (1)
Masters	0.063 (32)	0.077 (26)	0.259 (27)	0.318 (22)	0.455 (11)	0.5 (8)
>2000	0.056 (18)	0.154 (26)	0.154 (13)	0.2 (15)	0.5 (6)	1 (2)
<2000	0.042 (24)	0.103 (29)	0.286 (21)	0.526 (19)	0.7 (10)	0.667 (6)

Note: Table 2 reports the distribution of implied stop probabilities for players in the centipede game. Columns correspond to the conditional probability that a player will stop at that node, given the chance to do so. Odd nodes refer to player one's choices, while even nodes refer to player two's choices. Number of opportunities observed is displayed in parentheses below.

mille-pattes et échecs: résultats de Levitt & al (2010)

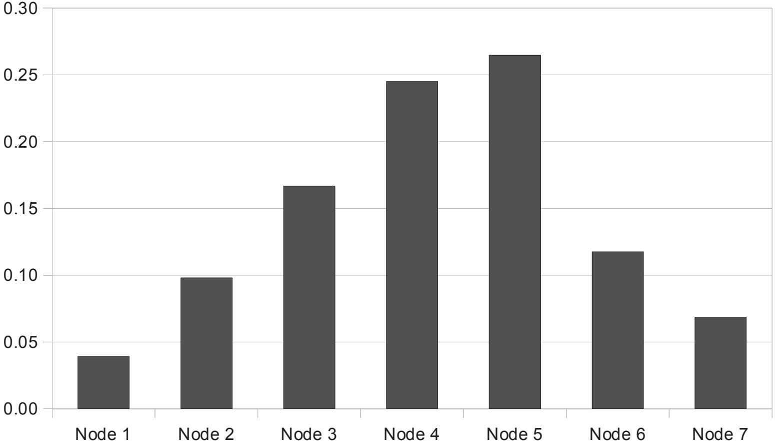


Figure 2. Distribution of Centipede Game Stopping Nodes.

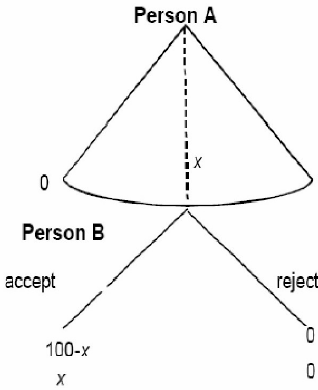
références

- Fey, McKelvey & Palfrey (1996) “An Experimental Study of Constant-Sum Centipede Games”, *International Journal of Game Theory*, 25, 269-287
- McKelvey & Palfrey (1992) “An Experimental Study of the Centipede Game”, *Econometrica*, 60(4), 803-836
- Palacios-Huerta & Volij (2009) “Field Centipedes”, *American Economic Review*, 99(4), 1619-1635
- Levitt, List & Sadoff (2010) “Checkmate: Exploring Backward Induction Among Chess Players”, *American Economic Review*
- Rosenthal, R. (1982) “Games of Perfect Information, Predatory Pricing and the Chain Store Paradox”, *Journal of Economic Theory*, 25, 92-100

3. négotiations et préférences sociales

le jeu de l'ultimatum

Une somme d'argent (ex., 100 euros) à partager. Le joueur 1 (*Proposer*) fait une proposition. Si le joueur 2 (*Responder*) l'accepte, elle est réalisée ; sinon, les joueurs repartent sans rien.
(Güth & al. 1982)



EPSJ: le *Proposer* propose la plus petite somme possible, et le *Responder* accepte tout.

le jeu de l'ultimatum: résultats empiriques

- observations:
  - les *Proposers* offrent en moyenne 40 % de la somme à partager X
  - les *Responders* rejettent fréquemment les offres inférieures à $20\% \cdot X$
- si l'on maintient l'hypothèse de *self-interest*, du point de vue de la rationalité, les deux comportements sont assez différents:
  - les comportements des *Proposers* peuvent se laisser rationaliser: un *Proposer* peut craindre de voir son offre rejetée. (Cela signifiera alors qu'il pense que le *Responder* n'est pas à la fois rationnel et *self-interested*.)
  - en revanche, pas de rationalisation possible du comportement des *Responders* (dans un jeu non-répété).

le jeu de l'ultimatum: résultats empiriques

- les variations de nombreux paramètres sont passés en revue par Camerer (2003, chap. 2). Dans l'ensemble, les résultats sont robustes. Par ex.,

  ✓ peu d'effets de la répétition

  ✓ peu d'effets de l'augmentation des sommes en jeu

- néanmoins, intéressantes différences inter-culturelles, trouvées notamment par Henrich & al. (2002).

  ✓ certaines populations comme les indiens Machiguenga sont bien plus proches de l'EPSJ: offre moyenne= 0.26, offres modales: $0.15/0.25$, 10% de rejet des offres inférieures à 20%.

  ✓ deux populations (Paraguay, Indonésie) où l'offre moyenne excède 50% !

  ✓ corrélation avec le degré de collaboration et de "market integration"

le jeu du dictateur

- la question de savoir si le *Proposer* est mû par la crainte de voir son offre rejetée ou par un désir de partager avec le *Responder* peut-être éclairée si... on supprime la possibilité du rejet = jeu du Dictateur.
  - Kahneman, Knetsch & Thaler (1986): choix entre $(18\$, 2\$)$ et $(10\$, 10\$)$. 3/4 des sujets choisissent la répartition égalitaire.
  - Forsythe & al. (1994): l'offre moyenne est de 20% de la somme à partager.
- le jeu du dictateur semble fournir une mesure bien plus nette du degré d'altruisme de nos préférences.
  - les résultats suggèrent que les considérations stratégiques jouent un rôle dans les comportements du Proposer au JU, mais qu'il y a aussi une part d'altruisme (ou plutôt de non *self-interest*) qui joue.

le jeu de l'ultimatum: et le *Responder* ?

- comment rendre compte du comportement des *Responders* ?
- noter d'abord que l'altruisme simple ne peut pas fonctionner:le *Responder* est prêt à sacrifier de son propre gain matériel pour diminuer celui du *Proposer*:

  "Theories of purely altruistic preferences fall short because they do not gracefully explain why players sometimes act negatively toward others (rejecting ultimatum offers, for example) and sometimes act positively (giving generously in dictator games and reciprocating trust)." (Camerer 2003)

- on parle parfois de punition altruiste (on sacrifie son gain pour diminuer celui d'autrui), par opposition avec la coopération altruiste (on sacrifie son gain pour favoriser celui d'autrui).

aversion à l'inégalité

- l'une des idées les plus populaires: les sujets sont sensibles à leur sort et ont de l'aversion pour l'inégalité entre les joueurs. Version de Fehr & Schmidt (1999): pour une allocation $x = (x_1, x_2)$ et $i \neq j$,

$$U_i(x) = x_i - \alpha_i \max[x_j - x_i, 0] - \beta_i \max[x_i - x_j, 0]$$

avec $0 \leq \beta_i < 1$ et $\beta_i \leq \alpha_i$.

  - le gain matériel de *i* est modulé par sa sensibilité à l'inégalité
  - α_i : coefficient d'envie (*i* n'aime pas que l'autre soit mieux loti que lui)
  - β_i : coefficient de culpabilité (*i* n'aime pas être mieux loti que l'autre)

aversion à l'inégalité

Variation de $U_i(x)$ en fonction de x_j pour un x_i fixé:

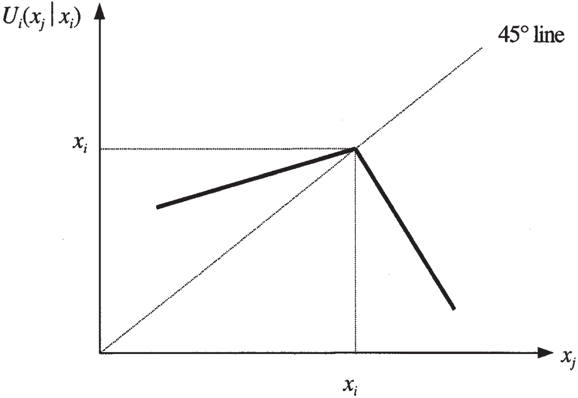


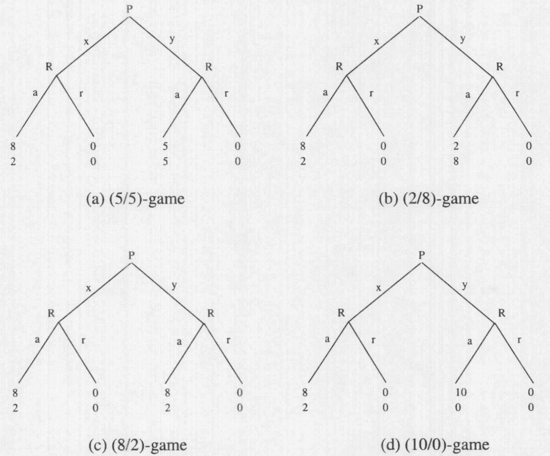
FIGURE I
Preferences with Inequity Aversion

aversion à l'inégalité

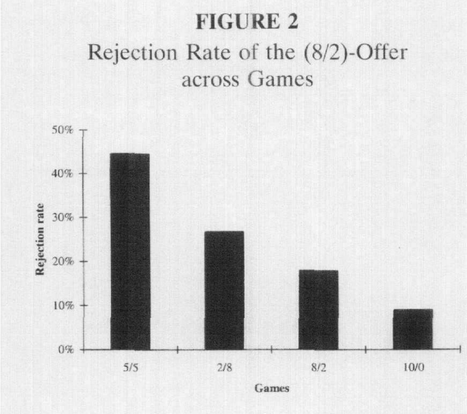
- on peut dériver un certain nombre de prédictions intéressantes (néanmoins, pour une critique méthodologique sévère, voir Binmore & Shaked 2010). Par exemple, le *Responder* doit accepter tout pourcentage strictement inférieur à $\alpha_R/(1+2\alpha_R)$
- une des limites souvent mentionnées: la manière dont les joueurs arrivent à l'allocation finale n'a pas d'impact sur $U_i(.)$. Or, par exemple, à la suite de Blount (1995) on a observé le comportement des *Responders* qd on fait varier les intentions possibles du *Proposer*. Dans Blount (1995), des machines font les offres (il en résutle moins de rejets).
  - Falk & al. (2003) font varier les allocations que le Proposer peut offrir en plus d'une allocation de référence $(8,2)$. Les modèles d'aversion à l'inégalité prédisent un taux de rejet stable de $(8,2)$.
- ces observations suggèrent une autre hypothèse: celle selon laquelle les comportements manifestent un désir de réciprocité.

variation sur l'Ultimatum (FFF 2003)

FIGURE 1
The Mini-Ultimatum Games



variation sur l'Ultimatum (FFF 2003)



références

- ▷ Binmore & Shaked (2010) “Experimental Economics: Where Next ?”, *Journal of Economic Behavior & Organization*, pp. 87-100
- ▷ Falk, A., Fehr, E. & Fischbacher, U. (2003) “On the Nature of Fair Behavior”, *Economic Inquiry*, 41(1), 20-26
- ▷ Fehr & Schmidt (1999) “A Theory of Fairness, Competition and Cooperation” *Quaterly Journal of Economics*, 114, 817-868
- ▷ Güth, Schmittberger & Schwarze (1982) “An Experimental Analysis of Ultimatum Bargaining”, *Journal of Economic Behavior & Organization*, 3, 367-388