

**Exercice 1 (super-paradoxe de Saint-Petersbourg)**

(a) Construisez un scénario analogue au paradoxe de Saint-Petersbourg mais qui cette fois pose problème non plus à la théorie de l'espérance de gain mais à la théorie de l'espérance d'utilité.

(b) Comment la théorie de l'espérance d'utilité pourrait-elle être défendue face à un tel scénario ?

**Exercice 2 (de Gilboa & Hill)**

Supposons que l'utilité de Paul pour l'argent est  $u(x) = \sqrt{x}$  et qu'il possède initialement 10 euros. On lui offre une loterie qui lui fait gagner 6 euros avec 1 chance sur 2 et perdre 6 euros avec une 1 chance sur 2.

1. quelle est la l'espérance de gain de la loterie ?
2. quelle est l'espérance d'utilité (pour Paul) de la loterie ?
3. quel est l'équivalent certain (pour Paul) de la loterie ?
4. quel est la prime de risque (pour Paul) de la loterie ?

**Exercice 3 (mixage et indépendance, de Fishburn 1970, p.116)**

Soit les loteries (au sens technique)  $P$  et  $Q$  :

	10 \$	30 \$	50 \$	100 \$	150 \$
$P$	0.2	0.3	0.2	0.1	0.2
$Q$	0.4	0.1	0.1	0.3	0.1

Considérons maintenant deux tickets  $A$  et  $B$  pour des loteries (au sens usuel) qui contiennent des boules numérotées de 1 à 4, chaque boule ayant la même chance d'être tirée.

	boule 1 ou 2	boule 3	boule 4
$A$	30 \$	50 \$	150 \$
$B$	10 \$	100 \$	100 \$

(a) Reformulez  $A$  et  $B$  comme des loteries (au sens technique)  $A'$  et  $B'$ , présentées comme le sont  $P$  et  $Q$ .

(b) Montrez qu'il existe  $\alpha$  et une loterie (au sens technique)  $R$  tels que  
 $P = \alpha A' \oplus (1 - \alpha)R$  et  
 $Q = \alpha B' \oplus (1 - \alpha)R$  et

(c) Supposons que Paul se conforme au modèle d'espérance d'utilité (pour le risque) et que  $P \prec Q$ . Que peut-on en conclure de ses préférences entre  $A$  et  $B$  ?